

Lösen von Gleichungssystemen mit dem TI89

Bestimme eine ganzrationale Funktion f dritten Grades mit folgenden Eigenschaften:

- (1) Der Graph von f verläuft durch den Koordinatenursprung.
- (2) $P(5|100)$ ist ebenfalls Punkt des Funktionsgraphen.
- (3) Der Graph von f hat an der Stelle 5 einen Hochpunkt.
- (4) An der Stelle 2 liegt ein Wendepunkt.

1. Methode: Verwenden der Koeffizientenmatrix und des rref-Befehls

Mit dem Ansatz $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ und den Ableitungen $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ und $f''(x) = 6ax + 2b$ kann das folgende lineare Gleichungssystem aufgestellt werden:

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 & d &= 0 \\ f(5) &= 100 & \text{bzw. } 125a + 25b + 5c + d &= 100 \\ f'(5) &= 0 & 75a + 10b + c &= 0 \\ f''(2) &= 0 & 12a + 2b &= 0 \end{aligned}$$

Die Koeffizienten des Gleichungssystems können zu einem Schema angeordnet werden:

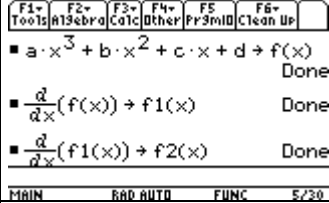
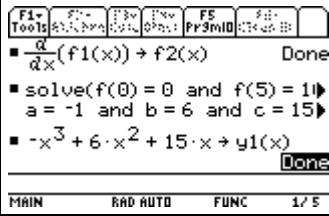
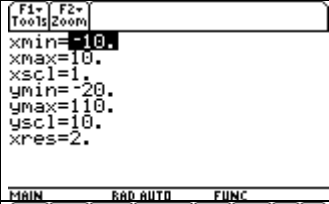
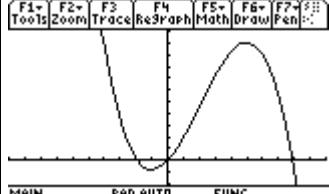
$$\begin{array}{ccccc|c} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \\ 125 & 25 & 5 & 1 & 100 & \\ 75 & 10 & 1 & 0 & 0 & \\ 12 & 2 & 0 & 0 & 0 & \end{array}$$

Die Eingabe ist zwar etwas mühsam, erspart aber viel Rechnerzeit: rref steht für *row reduced form*.

Nach Abschluss der Eingabe mit **Enter** kann die Lösung des Gleichungssystems abgelesen werden. Die Matrix steht für:

$$\begin{aligned} 1a + 0b + 0c + 0d &= -1 & a &= -1 \\ 0a + 1b + 0c + 0d &= 6 & \text{bzw. } b &= 6 \\ 0a + 0b + 1c + 0d &= 15 & c &= 15 \\ 0a + 0b + 0c + 1d &= 0 & d &= 0 \end{aligned}$$

2. Methode: Verwendung des solve-Befehls

<p>Hier werden zunächst die Funktion $f(x)$, die erste Ableitungsfunktion $f_1(x)$ und die zweite Ableitungsfunktion $f_2(x)$ definiert.</p>	 <p> $a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \rightarrow f(x)$ Done $\frac{d}{dx}(f(x)) \rightarrow f_1(x)$ Done $\frac{d}{dx}(f_1(x)) \rightarrow f_2(x)$ Done </p>
<p>Der Befehl zur Lösung des Gleichungssystems lautet: $\text{solve}(f(0)=0 \text{ and } f(5)=100 \text{ and } f_1(5)=0 \text{ and } f_2(2)=0, \{a,b,c,d\})$ Nach Bestätigung mit der Eingabetaste erhalten wir die Lösung: $a=-1 \text{ and } b=6 \text{ and } c=15 \text{ and } d=0$. Zur graphischen Darstellung des Funktionstermes wird die Lösungsfunktion definiert.</p>	 <p> $\frac{d}{dx}(f_1(x)) \rightarrow f_2(x)$ Done $\text{solve}(f(0)=0 \text{ and } f(5)=100 \text{ and } f_1(5)=0 \text{ and } f_2(2)=0, \{a,b,c,d\})$ $a=-1 \text{ and } b=6 \text{ and } c=15$ $-x^3 + 6 \cdot x^2 + 15 \cdot x \rightarrow y_1(x)$ Done </p>
<p>Mit geeignete Fenstergrenzen (ausprobieren!) ...</p>	 <p> $x_{\min}=-10$ $x_{\max}=10$ $x_{\text{scl}}=1$ $y_{\min}=-20$ $y_{\max}=110$ $y_{\text{scl}}=10$ $x_{\text{res}}=2$ </p>
<p>... zeichnen wir der Graph von f.</p>	 <p>The graph shows a cubic function $y_1(x) = -x^3 + 6x^2 + 15x$ plotted on a coordinate plane. The x-axis ranges from -10 to 10, and the y-axis ranges from -20 to 110. The curve starts at the origin (0,0), reaches a local minimum, crosses the x-axis at approximately x=2.5, reaches a local maximum at approximately x=5, and then crosses the x-axis again at approximately x=7.5.</p>